

2009年 東大数学 文系第3問 理系第3問

(1)  $L$  に 4色 杖の 玉が入っている確率を  $a_1$ ,  
 $R$  に  $b_1$  とする.

$a_1$  と  $b_1$  は 独立 なの?:  $P_1 = a_1 \times b_1$  である.

また、同様の操作 であり、  $a_1 = b_1$  である.

$a_1$  を求める.

赤赤青黄白 のように、この4色の色 1回 ずつ 2回 出た.  
 他の色は 1回 ずつ 出た.  
 この確率は

$$4C_1 \times \frac{5!}{2!} \div 4^5$$

2回 出た 色を  
 選ぶ

赤赤青黄白  
 の並べ替え

各母は 4杖が 5回  
 の重複順列

$$= \frac{15}{4^3} = \frac{15}{64}$$

$$\text{よって } P_1 = a_1 \times b_1 = \frac{15}{64} \times \frac{15}{64} = \frac{225}{4096}$$

(2) 赤赤青黄白 のように、1色は 2回 出た.  
 他の色が 1回 ずつ 出た 確率 を求める.

これは (1) で求めた  $a_1$  と 同値 確率 である.

$$\text{よって } P_2 = a_1 = \frac{15}{64}$$

(3) 次の 相反な 2つの 確率 の和 を求める.

(i) 赤赤赤青黄黄白白 のように、1色が 4回 出た.  
 他の色は 2回 ずつ 出た 確率  $a_3$

(ii) 赤赤赤青青黄黄白白 のように、2色が 3回 出た.  
 他の2色が 2回 ずつ 出た 確率  $b_3$

つまり、 $P_3 = a_3 + b_3$  である.

(i)  $a_3$  を求めると.

$$a_3 = 4C_1 \times \frac{10!}{4!2!2!2!} \div 4^{10}$$

4回 出た 色を 選ぶ

赤赤赤青黄黄白白  
 の並べ替え

各母は、4杖が  
 10回の 重複順列

(ii)  $b_3$  を求めると.

$$b_3 = 4C_2 \times \frac{10!}{3!3!2!2!} \div 4^{10}$$

3回 出た 2色を 選ぶ

赤赤赤青青黄黄白白  
 の並べ替え

$$a_3 = \dots = \frac{2 \times 3^3 \times 5^2 \times 7}{4^8} \quad b_3 = \dots = \frac{3^3 \times 5^2 \times 7}{4^8}$$

$$P_3 = \frac{2 \times 3^3 + 3^3}{4^8} = \frac{3^3 \times 5}{4^8} = \frac{63}{16}$$

赤赤

$P_3$  だけ求めると、 $4^8$  になり、とても桁数の大きい計算  
 が出てくるので、 $\frac{P_3}{P_1}$  を求めると たい思いが